

## ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертацию Р.А. Ковалевского «Весовые псевдодифференциальные операторы и граничные задачи для вырождающихся эллиптических и параболических уравнений», представленной на соискание ученой степени кандидата физико – математических наук по специальности 01.01.02– дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

В диссертации исследован новый класс весовых псевдодифференциальных операторов с переменным символом, зависящим от комплексного параметра. С использованием полученных свойств весовых псевдодифференциальных операторов получены коэрцитивные априорные оценки и теоремы существования решений граничных задач для вырождающихся псевдодифференциальных уравнений, содержащих весовой псевдодифференциальный оператор с переменным символом, зависящим от комплексного параметра, и производную  $\frac{\partial}{\partial t}$ . Кроме того, получены коэрцитивные априорные оценки и теоремы существования решений общих граничных задач для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка с переменными коэффициентами, зависящими также от комплексного параметра. С использованием этих результатов были получены априорные оценки и теоремы существования решений начально – краевых задач для вырождающихся параболических уравнений высокого порядка с переменными коэффициентами в случае вырождения по пространственной переменной.

Краевые задачи для вырождающихся уравнений относятся к «неклассическим» задачам математической физики. Основная трудность, возникающая в теории вырождающихся уравнений, связана с влиянием

младших членов уравнения на постановку граничных задач и их коэрцитивную разрешимость.

Фундаментальные результаты в этом направлении принадлежат М. В. Келдышу. Дальнейшее развитие эта теория получила в работах О. А. Олейник, С. Г. Михлина, М. И. Вишика, В. В. Грушина, Дж. Кона, Л. Ниренберга, В. П. Глушко, Х. Леопольда, С. З. Левендорского, С. А. Исхокова.

В последние годы интерес к вырождающимся уравнениям возрос в связи с использованием таких уравнений для моделирования различных процессов в анизотропных средах в случае существенного влияния границы среды на процессы, происходящие внутри области. Поэтому исследование краевых задач для вырождающихся уравнений является актуальной задачей не только с теоретической, но и с практической точки зрения.

В диссертации применяются методы исследования краевых задач для вырождающихся уравнений, основанные на свойствах весовых псевдодифференциальных операторов, построенных по специальному интегральному оператору  $F_\alpha$ . В первой главе автором диссертации введен и исследован новый класс весовых псевдодифференциальных операторов с переменным символом, зависящим также от комплексного параметра. В этой главе получены важные научные результаты в теории псевдодифференциальных операторов, в частности, доказаны о композиции и ограниченности весовых псевдодифференциальных операторов, теоремы о коммутации весовых псевдодифференциальных операторов и операторов дифференцирования, исследованы предельные при  $t \rightarrow +0$  и при  $t \rightarrow +\infty$  свойства весовых псевдодифференциальных операторов, построен сопряженный оператор к весовому псевдодифференциальному оператору, установлен аналог неравенства Гординга для весового псевдодифференциального оператора.

Свойства, весовых псевдодифференциальных операторов, полученные в первой главе диссертации позволили автору доказать во второй главе диссертации коэрцитивные априорные оценки в весовых пространствах С. Л. Соболева решений граничных задач типа задач Дирихле в полупространстве

для нового класса вырождающихся псевдодифференциальных уравнений, содержащих весовой псевдодифференциальный оператор и производную  $\frac{\partial}{\partial t}$ .

В третьей главе диссертации построены регуляризаторы и доказаны теоремы о существовании и единственности решения краевых задач, рассмотренных во второй главе диссертации.

В четвертой главе диссертации устанавливаются коэрцитивные априорные оценки решений общих граничных задач в полупространстве для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, коэффициенты которых зависят от переменной  $u$  и от комплексного параметра  $p$ .

В главе 5 построен регуляризатор и доказаны теоремы о существовании и единственности решений общей граничной задачи в полупространстве для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка, коэффициенты которого зависят от переменной  $u$  и от комплексного параметра  $p$ .

На основе этих результатов в главе 6 диссертации получены априорные оценки решений и доказана теорема о существовании и единственности решения начально – краевой задачи для параболического уравнения высокого порядка с переменными коэффициентами с вырождением по пространственной переменной.

Результаты диссертации неоднократно докладывались на престижных научных конференциях и семинарах.

Р. А. Ковалевский имеет 24 научные публикации. Результаты диссертации опубликованы в 14 научных работах. Из совместных работ в диссертацию включены только результаты автора. Официальному списку ВАК соответствуют 5 работ.

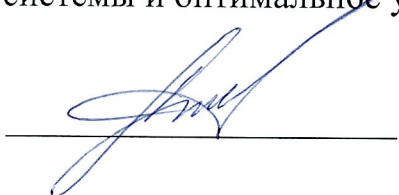
Математический аппарат, развитый в диссертации Р.А. Ковалевского, может быть использован для исследования широкого класса краевых задач. Например, аналогичная методика может быть применена при исследовании краевых задач для вырождающихся  $(2b + 1)$  - гиперболических уравнений.

Существенные обобщения возможны и в направлении дальнейшего исследования теории весовых псевдодифференциальных операторов.

Таким образом, диссертационная работа Р.А. Ковалевского является во многих отношениях новаторской. Полученные в диссертации результаты представляют собой развитие научного направления в исследовании краевых задач с вырождением, основы которого заложены в работах В. П. Глушко.

Р.А. Ковалевский является серьезным, самостоятельно мыслящим ученым, владеющим самыми современными методами теории вырождающихся уравнений и теории псевдодифференциальных операторов. Его отличительным качеством является исключительная работоспособность, трудолюбие, целеустремленность и математическая эрудиция. Во время обучения в аспирантуре Р.А. Ковалевский получал именную стипендию Правительства РФ для аспирантов.

Считаю, что диссертационная работа Ростислава Александровича Ковалевского удовлетворяет всем требованиям Положения ВАК МИНОБРНАУКИ о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико – математических наук по специальности по специальности 01.01.02– дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.



Баев Александр Дмитриевич,  
доктор физико-математических наук,  
профессор,

Воронежский государственный университет,  
математический факультет,  
кафедра математического анализа, заведующий

тел. 8(473)2208690

E-mail: [baev@math.vsu.ru](mailto:baev@math.vsu.ru)

